

## 第四届全国周培源大学生力学竞赛材料力学试题

### 题一 (25分)

如图所示, 狭长矩形截面直杆单侧作用有轴向均匀剪切载荷, 其单位长度上的大小为  $q$ .

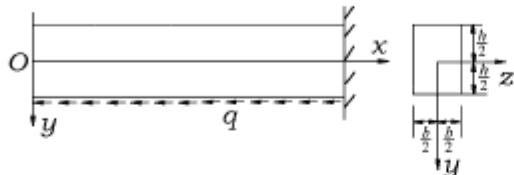


图 1

1. (5分) 任意截面上的轴力  $N(x) =$  \_\_\_\_\_ 与弯矩  $M(x) =$  \_\_\_\_\_.
2. (5分) 如果平面假设与胡克定律成立, 任意横截面上正应力  $\sigma(x, y) =$  \_\_\_\_\_.
3. (5分)  $q$ 、 $N$  与  $M$  之间的平衡微分关系为 \_\_\_\_\_.
4. (10分) 任意横截面上剪应力  $\tau(x, y) =$  \_\_\_\_\_.

### 题二 (20分)

今有两个相同的  $L$  型元件, 用螺栓连接, 以传递拉力  $P$ . 几何尺寸如图所示.  $L$  型元件是刚体, 螺栓是线性弹性体, 其拉压弹性模量为  $E$ , 许用正应力为  $[\sigma]$ .

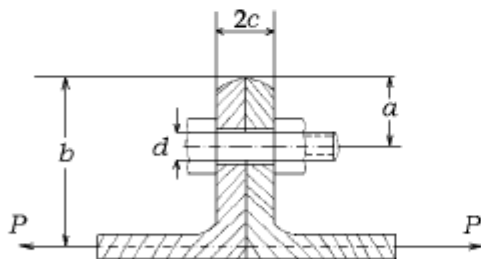


图 2

设两  $L$  型元件间无初始间隙, 也无预紧力, 并在变形过程中两个螺母与  $L$  型元件始终贴合, 螺栓与  $L$  型元件在孔壁间无相互作用力, 则

1. (5分) 在  $L$  型元件孔内一段螺栓的轴力  $N =$  \_\_\_\_\_.
2. (5分) 在  $L$  型元件孔内一段螺栓的弯矩  $M =$  \_\_\_\_\_.
3. (5分) 两个  $L$  型元件相对转角  $\Delta\theta =$  \_\_\_\_\_.
4. (5分) 许用拉力  $[P] =$  \_\_\_\_\_.

### 题三 (20分)

矩形等截面悬臂梁高  $h$ , 宽  $b$ , 长  $l$ . 重  $Q$  的重物从高  $H = \frac{60Ql^3}{EI}$  处落到自由端并附着于它. 梁的质量不计,  $E$  为材料的弹性模量,  $I$  为截面轴惯性矩.

1. (5分) 梁内最大冲击正应力  $\sigma_{d,max} =$  \_\_\_\_\_.

将梁设计成两段等长的阶梯梁 (两段各长  $l/2$ ), 梁高  $h$  保持不变, 各段梁宽度可按要求设计. 在梁内最大冲击正应力不变的条件下, 按最省材料原则, 阶梯梁在靠自由端一段宽  $b_1$ , 靠固定端一段宽  $b_2$ , 则

2. (5分)  $b_1/b_2 =$  \_\_\_\_\_.
3. (10分) 阶梯梁比等截面梁节省材料 (分数或百分数表示) \_\_\_\_\_.

### 题四 (15分)

如图所示, 简支梁  $AB$  承受均布载荷  $q$ , 在  $C$ ,  $D$  两点的两个相等的集中力  $P$ , 在  $B$  点的集中力偶  $M$  的作用.  $U$  是梁的应变余能 (线弹性情形下等于应变能)

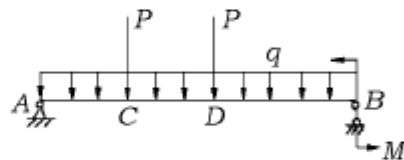


图 3

1. (5分)  $\frac{\partial U}{\partial M}$  的几何意义为 \_\_\_\_\_.
2. (5分)  $\frac{\partial U}{\partial P}$  的几何意义为 \_\_\_\_\_.
3. (5分)  $\frac{\partial U}{\partial q}$  的几何意义为 \_\_\_\_\_.

### 题五 (20分)

曲杆  $AB$  的轴线是半径为  $R$  的四分之一圆弧, 杆的横截面是直径为  $d$  的实心圆,  $d \ll R$ , 杆的  $A$  端固定,  $B$  端自由, 并在  $B$  端作用有垂直于杆轴线所在平面的集中力  $P$ . 已知材料的拉压弹性模量  $E$ 、剪切弹性模量  $G$  与许用拉应力  $[\sigma]$ .

1. (10分) 按第三强度理论, 许用载荷  $[P] =$  \_\_\_\_\_.
2. (10分) 在载荷  $P$  的作用下, 自由端绕杆轴线的转角  $\theta_B =$  \_\_\_\_\_.

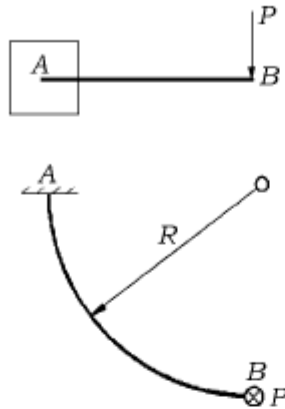


图 4

题六 (20 分)

如图所示, 为传递扭矩  $T$ , 将一实心圆轴与一空心圆轴以紧配合的方式连接在一起. 设两轴间均匀分布的配合压强  $p$ 、摩擦系数  $\mu$ , 实心轴直径  $d$ 、空心轴外径  $D$ , 连接段长度  $L$  均为已知. 两轴材料相同.

心圆轴以紧配合的方式连接在一起. 设两轴间均匀分布的配合压强  $p$ 、摩擦系数  $\mu$ , 实心轴直径  $d$ 、空心轴外径  $D$ , 连接段长度  $L$  均为已知. 两轴材料相同.

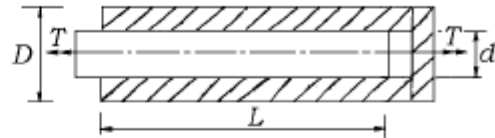


图 5

1. (5 分) 二轴在连接段全部发生相对滑动时的临界扭矩值  $T_{cr} =$  \_\_\_\_\_.

2. (15 分) 设初始内外轴扭矩均为零, 当传递的扭矩从 0 增加到  $T = \frac{2}{3}T_{cr}$  时 (无卸载过程), 绘制实心内轴在连接段  $L$  的扭矩图. (假定材料力学关于圆轴扭转的公式全部成立).

### 第四届全国周培源大学生力学竞赛理论力学试题

题一 (10 分)

立方体的边长为  $a$ , 作用有力系如图. 其中三个力的大小均为  $F$ , 两个力偶的力偶矩大小均为  $M = Fa$ , 方向如图. 若欲使该立方体平衡, 只需在某处加一个力即可, 则在  $Oxyz$  坐标系中,

- (1) 所加的力为 \_\_\_\_\_.
- (2) 在图中画出该力的示意图.

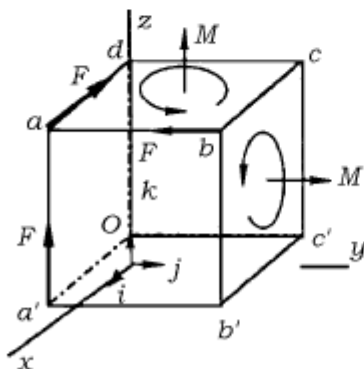


图 1

题二 (10 分)

$A$ 、 $B$  两物块质量均为  $m$ , 静止如图叠放, 设各接触处的摩擦系数均为  $f$ .

(3) 若用手慢慢地去拉  $B$  块, 其运动现象为 \_\_\_\_\_.

(4) 若用手突然快速拉  $B$  块, 其运动现象为 \_\_\_\_\_.

(5) 在上述两种情况下,  $A$  所能获得的最大水平加速度为 \_\_\_\_\_.

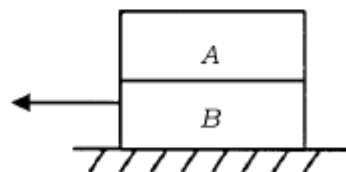


图 2

题三 (10 分)

设均质圆盘齿轮  $A$  与一大齿轮内接, 齿轮  $A$  的质量为  $m$ , 半径为  $r$ ,  $OA$  杆长为  $L$ , 坐标系  $Oxyz$  与杆  $OA$  固结. 若  $OA$  杆以角速度  $\omega$ 、角加速度  $\varepsilon$  转动, 方向如图. 在图示位置, 将齿轮  $A$  的惯性力系向  $O$  点简化, 则在坐标系  $Oxyz$  中,

(6) 力系的主矢 \_\_\_\_\_,

(7) 主矩为 \_\_\_\_\_.

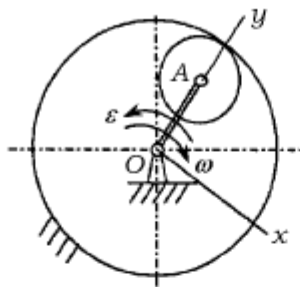


图3

题四 (10分)

均质细杆 AB, 长为 L, 重量为 P, 由绳索水平静止悬挂如图. 在突然剪断右端绳索的瞬间,

(8) 若忽略绳索的变形, 则 A 端绳索的约束力大小为 \_\_\_\_\_,

AB 杆的角加速度大小为 \_\_\_\_\_.

(9) 若考虑绳索的弹性变形, 则 A 端绳索的约束力大小为 \_\_\_\_\_,

AB 杆的角加速度大小为 \_\_\_\_\_.

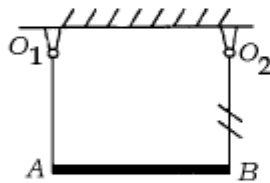


图4

题五 (10分)

AB 杆的 A 端沿圆槽 O 运动, B 端与轮轴铰接. 轮轴沿直线轨道只滚不滑. 圆槽 O 半径为 R, 轮轴内外半径分别为  $R_1$ 、 $R_2$ , AB 长为 L. 图示瞬时, 已知 A 点速度  $v_A$ , AB 杆中点 M 的切向加速度为零. 则此瞬时

(10) P 点的速度  $v_P$  大小为 \_\_\_\_\_;

(11) M 点的加速度大小为 \_\_\_\_\_.

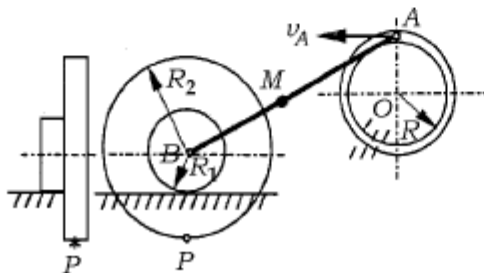


图5

题六 (15分)

图示系统在铅垂面内运动, 刚杆 1、2、3、4 长度均为 a, 质量不计. 均质刚杆 AB 质量为 M, 长为 L. C、D 两质点的质量均为 m,  $M = 2m$ .

(12) 系统的自由度为 \_\_\_\_\_.

(13) 当系统作微小运动时, 其运动微分方程为 \_\_\_\_\_.

(14) 当系统作微小运动时, 3 杆与 4 杆的相对运动规律为 \_\_\_\_\_.

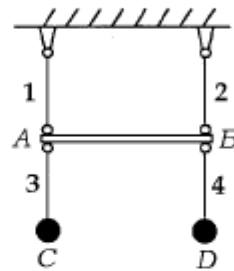


图6

题七 (10分)

在光滑水平桌面上, 质点 A、B 的质量均为 m, 由一不计质量的刚性直杆连接, 杆长为 l. 运动开始时,  $\theta = 0$ , A 点在坐标原点, 速度为零, B 点速度为  $v_j$ . 则系统在运动过程中,

(15) 直杆转动的角速度  $\dot{\theta} =$  \_\_\_\_\_.

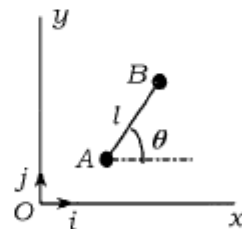


图7

(16) A 点的运动轨迹是 \_\_\_\_\_,

B 点的运动轨迹是 \_\_\_\_\_.

(17) 杆的内力  $T =$  \_\_\_\_\_.

题八 (15分)

图示为一个简单的“不倒翁”模型, 由空壳 ADBE 和配重 C 组成. 不计空壳质量, 其底部轮廓线 ADB 是半径为 R 的圆弧, 且充分粗糙. 配重 C 在空壳内的 y 轴上, 质量为 M. 若要求“不倒翁”直立时平衡且稳定, 则

(18) 配重 C 的质量 M \_\_\_\_\_.

- (a) 越大越好; (b) 越小越好; (c) 可为任意值;  
 (d) 条件不够不能确定.

(19) 配重  $C$  的位置范围 \_\_\_\_\_

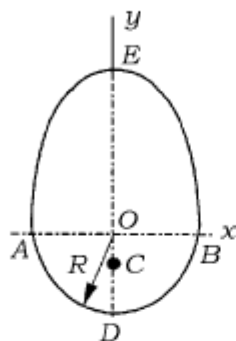


图 8

(20) 若已知  $M$ 、 $R$ 、 $|\overline{OC}| = d$ , 则模型微摆动的周期 \_\_\_\_\_.

**题九 (10 分)**

设  $Oxyz$  为参考坐标系, 矩形板 (三角形为其上的标志) 可绕  $O$  点作定点运动. 为了使矩形板从状态 1 ( $yz$  平面内) 运动到状态 2 ( $xy$  平面内), 根据欧拉转动定理, 该转动可绕某根轴的一次转动实现, 则在  $Oxyz$  坐标系中

- (21) 该转轴的单位矢量 \_\_\_\_\_,  
 (22) 转角为 \_\_\_\_\_.

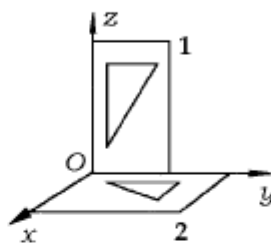


图 9