

第二届全国青年力学竞赛试题及答案(1992年)

理论力学试题

一、填空题

下面(1)至(5)题为填空题。将答案填在答案纸上相应题号的答案栏内。每栏填对得3分,填错或不填不得分。

(1) 对牛顿万有引力定律和开普勒行星运动定律有两种说法。第一种说法是:牛顿从开普勒行星运动定律导出万有引力定律;第二种说法是:开普勒从牛顿的万有引力定律和运动定律导出行星运动定律。根据历史事实,第()种说法是正确的。

(2) 中国科学院力学研究所是我国规模最大的综合性力学研究单位。它是于1956年由著名科学家()创建的,他于1991年10月被授予“国家杰出贡献科学家”荣誉称号。

(3) 图1所示曲线为一旋轮线,其参数 R 为已知。图中 M 点处的曲率半径为()。

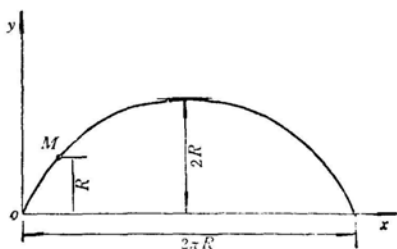


图 1

(4) 图2所示匀质细杆 AB , A 端借助无重滑轮可沿倾角为 θ 的轨道滑动。如不计摩擦,杆在自重作用下,从静止进入运动。为使杆的运动为平动,则初瞬时杆与铅垂线的夹角 α 必须等于()。

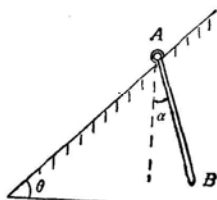


图 2

(5) 如图3所示, AB 是半径为 R 的一段匀质细圆弧, 可绕其中点的水平轴 O 转动。此圆弧绕转轴微幅摆动的周期应为()。

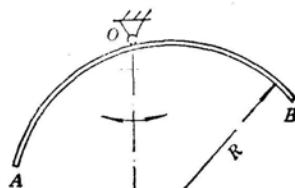


图 3

二、是非判断题

下面(6)至(16)题为是非判断题。根据每题结论的正确与错误在答案纸上相应的题号的答案栏内填“是”或“非”。每栏填对得3分,不填得1分,填错得0分。

(6) 一匀质球在重力作用下沿粗糙斜面纯滚动, 则质心的轨迹或为直线或为抛物线。()

(7) 一个非平衡的空间力系总可简化为一个合力或者两个不相交的力。()

(8) 图4所示细直杆 AB , 重为 P , 其一端 A 靠在光滑的铅直墙上, 同时又被一光滑铰 C 支承于图示位置($OA \perp$ 墙面, $OC \perp AB$, 且它们同时与重力 P 的作用线交于 O 点)。则此时杆处于稳定平衡位置。()

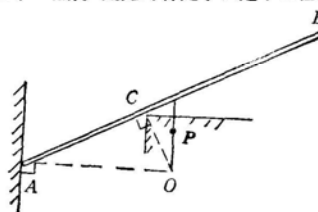


图 4

(9) 六棱四面体受空间任意力系作用而平衡, 则该力系分别对其六个棱边之主矩为零必是六个独立的平衡方程。()

(10) 如点的切向加速度和法向加速度的大小均为常值, 则该点的运动方向在时间 t 内转过的角度为 $A \ln(1 + Bt^2)$, 其中 A, B 为常数。()

(11) 半径为 R 的圆轮在铅直面内沿水平直线轨

道纯滚动。若轮心速度为 v ，则圆轮边缘上一点运动到与水平面接触时的法向加速度的大小为 v^2/R 。()

(12) 任意三角形 ABC 在自身平面内作平面运动，则在任意瞬时，三角形的形心 E 点和三角形三顶点 A, B, C 的速度必须满足

$$v_E = \sqrt{3}(v_A + v_B + v_C) \quad ()$$

(13) 匀质正五边形薄板挖去一正方形，正方形中心与五边形中心重合。不论正方形的边是沿什么方向，被挖去后的薄板对板上过中心的任意轴之转动惯量均相等。()

(14) 一质点只在一平行于 x 轴的力作用下在 oxy 平面内运动，且运动轨迹曲线为

$$f(x, y) = xy + x + y = 0,$$

则此力的大小与 $(1+x)(1+y)^{-2}$ 成比例。()

(15) 如图 5 所示，矩形薄板以匀角速度 ω 绕图示铅垂轴 Z 转动，其对转轴 Z 的转动惯量为 J 。另一质量为 m 的质点可沿平板上的直槽运动。直槽与转轴 Z 相交于 O 点，且夹角为 α ， $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 。设质点距 O 点的距离为 r ，则忽略各处摩擦时，由机械能守恒定律有积分

$$\frac{1}{2} m(\dot{r}^2 + \omega^2 r^2 \sin^2 \alpha) + \frac{1}{2} J\omega^2 + mgr \cos \alpha = \text{常值}$$

()

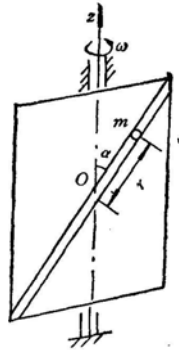


图 5

(16) 一质点在平面上运动，所受约束为 $\dot{y} = x\dot{x}$ ，则其实位移不是虚位移中的一个。()

三、综合分析题 (A)

在图 6 所示平行四边形机构中，

$$O_1A = O_2B = \frac{1}{2} O_1O_2 = \frac{1}{2} AB = l,$$

已知 O_1A 以匀角速度 ω 转动，并通过 AB 上套筒 C 带动 CD 杆在铅直槽内平动。如以 O_1A 杆为动参考系，在图示位置时 O_1A, O_2B 为铅直， AB 为水平， C

在 AB 之中点，试分析此瞬时套筒上销钉 C 点的运动。(答案填在答案纸上相应题号的答案栏内。每填对得 4 分，填错或不填不得分。)

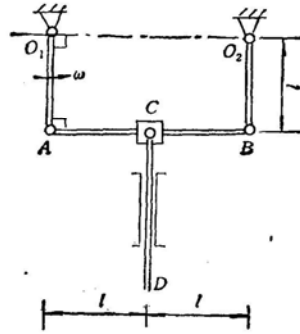


图 6

(17) C 点的牵连速度的大小为 ()

(18) C 点的相对速度的大小为 ()

(19) C 点的牵连加速度的大小为 ()

(20) C 点的相对加速度大小为 ()

(21) C 点的科氏 (Coriolis) 加速度的大小为 ()

四、综合分析题 (B)

如图 7 所示，质量为 m 长为 l 的匀质细杆 AB 静止于光滑的水平桌面上，其中点 C 恰好位于桌之边缘。另一质量亦为 m 的质点 D 从高处 h 处自由落下。正好与 AB 杆的端点 B 相碰撞，设恢复系数 $k = 0$ 。试分析碰撞结束时的运动。(答案填在答案纸上相应题号的答案栏内，填对每栏得 4 分，填错或不填不得分。)

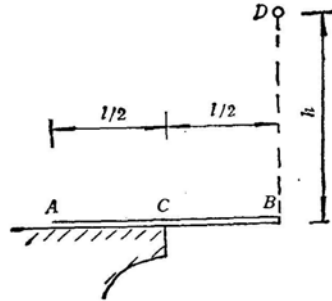


图 7

(22) AB 杆端点 A 的速度大小为 ()

(23) 系统的总动能为 ()

(24) 系统的总动量之大小为 ()

(25) 系统对 B 点之动量矩的大小为 ()

在碰撞结束后, AB 杆将继续运动。试分析它在继续运动的初瞬时下列各有关物理量。(答案填在答案纸上相应题号的答案栏内。填对每空得 4 分, 填错或不填不得分。)

- (26) AB 杆的角加速度 θ 的大小为 ()
 (27) AB 杆中点 C 的加速度 a_c 的大小为 ()
 (28) 桌面对 AB 杆的约束反力 N 的大小为 ()
 (29) 质点 D 的加速度 a_D 的大小为 ()

材料力学试题

一、图 1 表示一等截面直梁, 其左端固支, 而右端铰支并在跨度中点承受集中载荷 P , 力 P 作用于梁的对称面内, 材料服从虎克定律, 且弹性模量 E , 许用应力 $[\sigma]$ 、梁的跨长 L 、截面惯性矩 I 与抗弯模量 W 均为已知。试

1. 确定铰支端反力 R_B 。(2 分)
2. 确定梁危险截面的弯矩 M 。(3 分)
3. 确定许用载荷 $[P]$ 。(3 分)
4. 移动铰支座在铅垂方向的位置, 使许用载荷 $[P]$ 为最大。试求此时铰支座 B 在铅垂方向的位移 Δ_B (4 分) 与最大许用载荷 $[P]_{\max}$ (4 分)

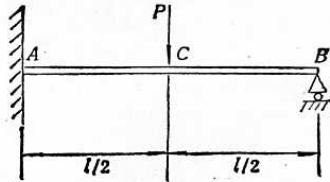


图 1

二、图 2 表示一副双杠, 它的每一根横梁系由两根立柱支撑, 设两柱之间的跨长为 l ; 每一横梁具有两个外伸段, 设每一外伸段长度均为 a 。假定运动员在双杠上作动作时, 在每一根横梁上只有一个力的作用点, 力的作用线垂直于横梁, 而且力的大小与作用点的位置无关。试决定在双杠设计中, l 与 a 的最佳比值, 该比值使横梁重量为最轻, 横梁与立柱的连接为铰接。 l/a 的最佳比值为多少? (8 分)

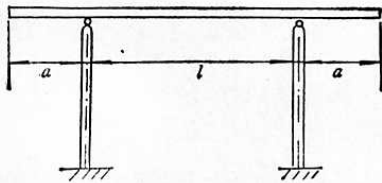


图 2

三、图 3 表示一等截面直梁的横截面, 它是 Z 字形的。该梁受纯弯, 材料服从虎克定律, 且截面的惯性矩 I_x

与 I_y 以及惯性积 I_{xy} 均为已知。假定中性轴垂直于截面的腹板, 即与 x 轴相重合, 试确定弯矩向量与 x 轴之夹角 θ 。(8 分)

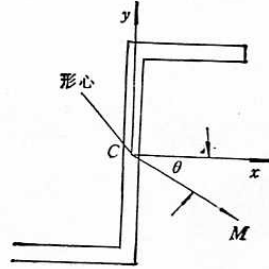


图 3

四、图 4 表示一匀质、等厚矩形板, 承受一对集中载荷 P , 材料服从虎克定律, 杨氏模量 E 与泊松系数 μ 均为已知。设板具有单位厚度, 试求板的面积 A 的改变量 ΔA 。(8 分)

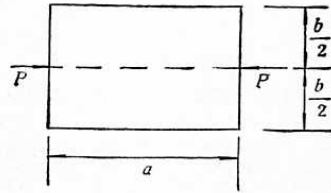


图 4

五、为了在图 5 所示 A 与 B 两个固定点之间产生张力, 人们常在这两点之间绷上两根绳子, 然后从中点 C 绞紧。现设绳子的横截面为圆形, 其半径为 r , 绳子材料的杨氏模量为 E 。假定在绞紧过程中, A 与 B 两点间的距离 $2l$ 保持不变, 绳子的横截面形状与大小

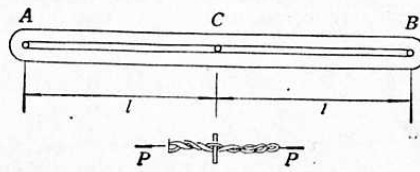


图 5

保持不变,同时在绞紧前,绳子的初始张力为零.试求为了使A与B之间的张力达到P所必需的绞紧圈数 n .设 $2\pi r n \ll l$. (8分)

六、图6表示一等直杆,承受单轴均匀拉伸.变形前杆长为 L_0 ,横截面积为 A_0 .在拉力为 P 时,杆长为 L ,横截面积为 A .材料进入塑性,可以略去弹性变形并假定杆件体积不变.这时轴向应变 ϵ 与横截面应力 σ 的关系具有如下的幂函数形式

$$\epsilon = k\sigma^n$$

式中, k 与 n 均为材料已知常数且 $n > 1$.

1. 试求当拉力 P 达到极大值时杆的长度 L^* . (8分)
2. 试求该拉力 P 的极大值 P_{max} . (4分)

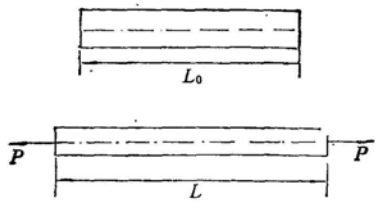


图 6

七、图7表示两端固定的圆截面杆,其AB段为实心杆,BC段为空心杆,即圆管.两段杆材料相同.在杆的截面B处作用力偶矩 M ,在线弹性条件下,当许用力偶矩 $[M]$ 达到最大值时,两段长度比 $l_1/l_2 = ?$ (8分)

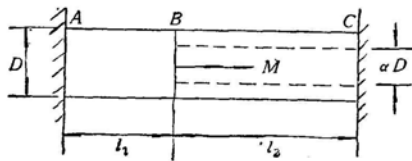


图 7

八、图8表示一根悬臂矩形截面等直弹性梁,在自由端固定一集中质量 M .在梁的上表面撒了一些细沙粒,静平衡位置梁的挠度忽略不计.首先,给该梁自由端以初始向下的铅垂位移 δ .然后,突然放松使梁产生振动.已知梁的截面惯性矩为 I ,长度为 l ,杨氏模量为 E ,不计梁和沙粒质量对振动的影响.集中质量 M 的转动惯量亦略去不计.重力沿 y 轴的负方向,重力加速度为 g ,试求:

1. 梁的固有频率 ω . (3分)
2. 在梁振动任意时间 t 时 x 截面的弯矩 $M(x,t)$. (3分)

3. 在梁振动时,如果有一个位置 η (见图8),当粒坐标 $\xi > \eta$ 时,沙粒将跳离该梁,试写出确定 η 的条件,(如有方程确定,可不解方程,只作说明) (3分)

4. 梁上总有沙粒跳离该梁的条件是 $\delta > \delta^*$, $\delta^* = ?$ (3分)

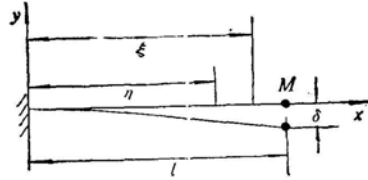


图 8

九、图9表示由铅垂刚性杆和两根钢丝绳组成的结构,刚性杆上端受铅垂压力 P ,钢丝绳的横截面积为 A ,杨氏模量为 E ,钢丝绳的初拉力为零.设结构不能在垂直于图面方向运动.试求该结构的临界载荷 P_{cr} . (8分)

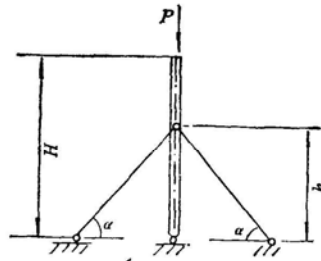


图 9

十、图10表示由五根等直杆与刚性梁AB组成的平面结构.各杆的杨氏模量 E ,横截面积 A ,长度 l 与间距 b 均相同,且已知.在刚性梁上距杆1为 a ($a < 2b$)处作用一铅垂载荷 P ,今欲通过电测方法测定 P 和 a 的值.试

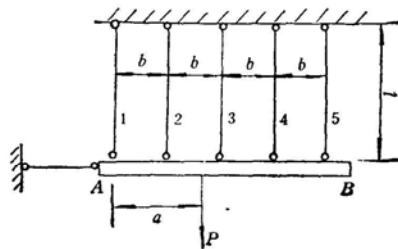


图 10

1. 给出最佳贴片方案:
 应变片的片数。(2分)
 应变片各贴在何处。(2分)

2. 给出 P 和 a 与测得的应变值 θ_i (i 为杆的编号) 的关系式。
 $P = ?$ (4分) $a = ?$ (4分)

1992年全国青年力学竞赛试题答案

理论力学试题答案

一、填空题

- (1) 第一种说法, (2) 钱学森, (3) $2\sqrt{2}R$,
 (4) θ , (5) $2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$

二、是非判断题

- (6) 是, (7) 是, (8) 非, (9) 是, (10) 非,
 (11) 非, (12) 非, (13) 是, (14) 是,
 (15) 非, (16) 非

三、综合分析题

- (17) $\sqrt{2}l\omega$, (18) $\sqrt{2}l\omega$, (19) $\sqrt{2}l\omega^2$,
 (20) $\sqrt{5}l\omega^2$, (21) $2\sqrt{2}l\omega^2$

四、综合分析题

- (22) $\frac{3}{4}\sqrt{2gh}$, (23) $\frac{3}{4}mgh$,
 (24) $\frac{3}{4}m\sqrt{2gh}$, (25) $\frac{1}{8}ml\sqrt{2gh}$, (26) $\frac{3g}{2l}$,
 (27) $\frac{9h}{8l}g$, (28) $\frac{5}{4}mg$, (29) $\frac{3}{4}g\sqrt{1 + \left(\frac{3h}{2l}\right)^2}$

材料力学试题答案

- 一、 $R_B = \frac{5}{16}P$, $M = \pm \frac{3}{16}Pl$, $[P] = \frac{16}{3l}W[\sigma]$,
 $\Delta_s = \frac{Pl^3}{144EI}$, $[P]_{max} = \frac{6}{l}W[\sigma]$.

二、 $\frac{l}{a} = 4$.

三、 $\theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{l_{xy}}{l_x}\right)$.

四、 $\Delta A = -\frac{P}{E}(1-\mu)a$,

五、 $n = \frac{l}{2\pi r^2} \sqrt{\frac{P}{\pi E}}$.

六、 $L^* = \frac{n^2}{n-1}$, $r_{max} = \frac{A_1}{K^{1/n}} \cdot \frac{(n-1)^{\frac{n-1}{n}}}{n}$.

七、 $\frac{l_1}{l_2} = 1$.

八 $\omega = \sqrt{\frac{3EI}{Ml^3}}$, $M(x,t) = -\frac{3EI\delta}{l^3}(l-x)\cos\omega t$,

η 的条件: $x^2(3l-x) = \frac{2gl^3}{\delta\omega^2} = \frac{2gl^3M}{3\delta EI}$,

$\delta^* = \frac{Mgl^3}{3EI}$.

九、 $P_{cr} = \frac{hEA \sin \alpha \cos^2 \alpha}{H}$.

- 十、应变片数: 2, 贴片位置: 杆 1、杆 5,

$P = \frac{5AE}{2}(\theta_1 + \theta_5)$, $a = b\left(2 - \frac{\theta_1 - \theta_5}{\theta_1 + \theta_5}\right)$.



《小问题》栏欢迎来稿出题(请自拟题目或注明题目来源), 题目及解答请寄北京大学力学系《小问题》组, 采用者将致薄酬。

221. 如图 1 所示, 长 $l = 3.05\text{m}$, 重 $w = 223\text{N}$ 的杆 AB 支撑住位于光滑竖直导槽内的物块 E , 物 E 重 $G = 890\text{N}$, A, B 接触面的静摩擦系数均为 $f = 0.5$. 求杆 AB 能保持平衡的最大角度 φ_0 (马友发, 华南理工大学工程力学系, 选自张陵编译《国外理论力学新题精选》)

222. 如图 2 所示, 偏心轮质量为 m , 偏心距 $OC = a$. 轮对质心 C 的迴转半径为 ρ_c , 置于光滑水平面上. 初始时 OC 呈水平, 质心 C 有一水平初速

力学与实践

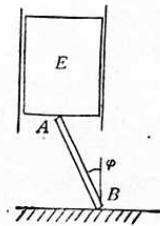


图 1