

第五届全国周培源大学生力学竞赛 理论力学试题

1. (5 分) 半径为 R 的刚性圆板受到两根无质量刚性杆的约束, 如图 1 所示, F_1 作用在圆盘的边缘沿水平方向, F_2 沿铅垂方向, 若使系统平衡, F_1 与 F_2 大小的关系为 _____.

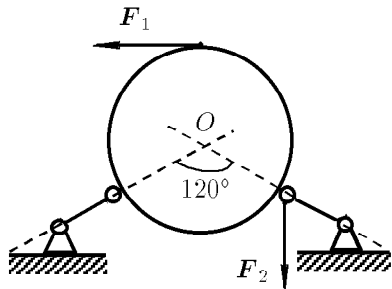


图 1

2. (5 分) 平面结构如图 2 所示, AB 在 A 点固支, 并与等腰直角三角板 BCD 在 B 点铰接, D 点吊起一重为 W 的物块, 在作用力 P 的作用下平衡. 已知力 P 沿 DC 方向, 各构件自重不计, 则 A 处的约束力偶矩 $M_A =$ _____.

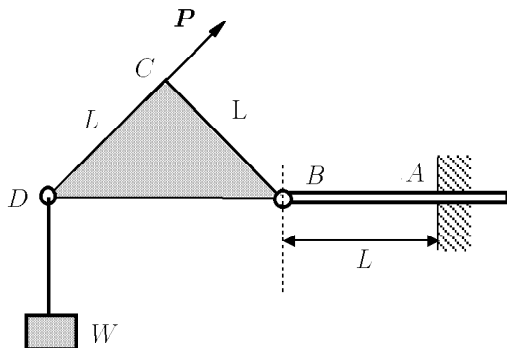


图 2

3. (6 分) 4 根等长的杆质量忽略不计, 用铰链连接成如图 3 机构, 在 F_1, F_2 和 F_3 的作用下, 在图示位置保持平衡. 若不计各处摩擦, 则各力之间的关系为 _____.

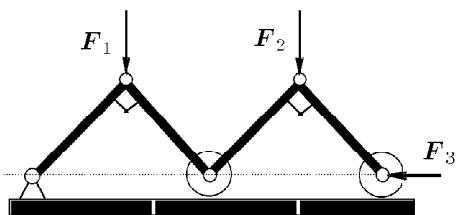


图 3

4. (10 分) 沿长方体的不相交且不平行的棱边作用三个大小相等的力 (图 4), 则边长 a, b, c 满足 _____ 条

件时, 该力系才能简化为一个力.

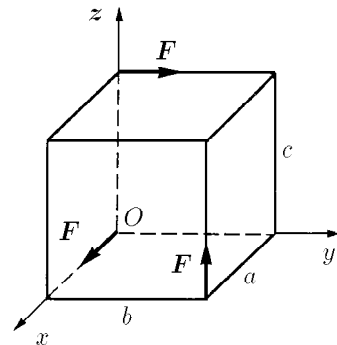


图 4

5. (6 分) 半径为 $R = 0.6\text{m}$, 质量 $m = 800\text{kg}$ 的滚子顶在坚硬的障碍物上. 障碍物的高度 h 可以是各不相同的 (图 5). 现在假设 h 是按高斯分布的随机变量, 而且它的数学期望是 $m_h = 0.1\text{m}$, 均方差是 $\sigma_h = 0.02\text{m}$. 问: 当水平力 $F = 5880\text{N}$ 时, 能克服障碍物的概率 α 是 _____ (取 $g = 9.8\text{m/s}^2$).

提示: 设 u 是随机变量, 已知它的数学期望 (均值) m_u 和均方差 σ_u , 于是 u 满足 $u < a$ 的概率 α 由下式确定:

$$\alpha = p\{u < a\} = F(\xi)$$

$$\xi = \frac{a - m_u}{\sigma_u}$$

并且 $F(\xi)$ 是一特定的分布函数. 对于高斯分布, $F(\xi)$ 列在下表中.

| | | | | | | | |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ξ | -1.5 | -1.0 | -0.5 | 0 | 0.5 | 1.0 | 1.5 |
| $F(\xi)$ | 0.067 | 0.159 | 0.309 | 0.500 | 0.691 | 0.841 | 0.933 |

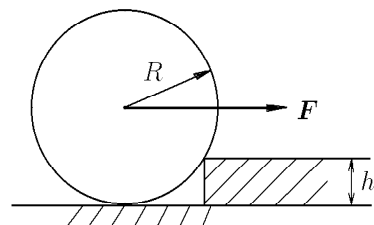


图 5

6. (6 分) 图 6 所示三条平行直线 I, II, III 之间距离分别为 m 和 n . 今有两动点 A 和 B 以反向速度 v_1 和 v_2 分别沿直线 I 和直线 II 作匀速直线运动. 另有第三动点 C 沿直线 III 运动. 欲使在运动中任一瞬时三点均在一直线上, 则该第三点的速度 $v_3 =$ _____.

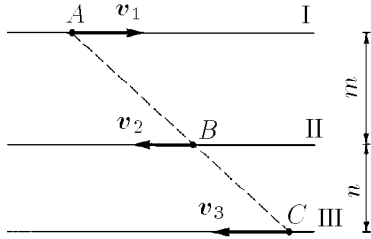


图 6

7. (6 分) 试列出平面图形沿轴 Ox 滚动而不滑动的条件 (图 7).

提示: 用基点 A 的坐标 x, y 及其导数, 图形转角 θ 及其导数, 以及接触点 K 在 $A\xi\eta$ 中的坐标 ξ_k, η_k 表出, 其中 $A\xi\eta$ 固连于图形上.

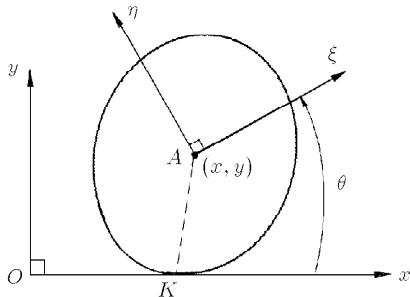


图 7

8. (15 分) 图 8 所示的机构中, 杆 AC 可在套筒中滑动, 杆 $O'B$ 长 l , 杆 OA 长 $\sqrt{2}l$, OO' 距离 $2l$. 在图示瞬时, $\angle O'OA = 45^\circ$, $\angle OO'B = 90^\circ$, 杆 OA 角速度 $\omega_{OA} = \omega$, 逆时针向, 角加速度 $\alpha_{OA} = 0$; 杆 $O'B$ 角速度 $\omega_{O'B} = \omega$, 顺时针向, 角加速度 $\alpha_{O'B} = 0$. 则该瞬时 AC 杆的角速度 $\omega_{AC} =$ _____, 方向 _____; 角加速度 $\alpha_{AC} =$ _____, 方向 _____.

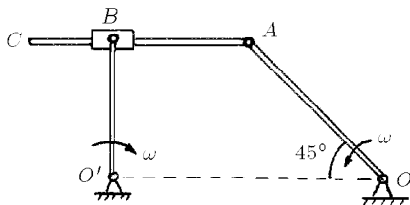


图 8

9. (6 分) AB, BC 为无质量细杆, 铰接于 B 点. 质量为 m 的质点固联于 C 点, 从图 9 所示位置由静止开始运动. 若不计各处摩擦, 此瞬时 C 点的加速度为 _____.

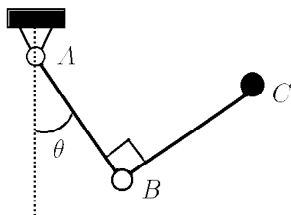


图 9

10. (10 分) 图 10 所示质量为 m , 半径为 r 的均质圆盘绕盘心 O 轴转动, 圆盘上绕有绳子, 绳子的一端系有一置于水平面上质量也为 m 的重物, 重物与水平面的动摩擦因数为 0.25, 不计绳子质量及 O 轴摩擦. 圆盘以角速度 ω_0 转动, 绳子初始时为松弛, 则绳子被拉紧后重物能移动的最大距离为 _____.

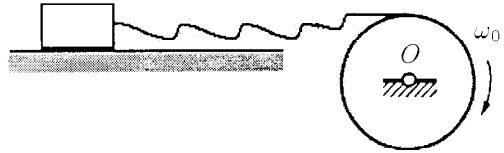


图 10

11. (15 分) 两相同的均质细长杆, 长为 l , 质量为 m , 在 A 处光滑铰接. AC 杆放在光滑水平面上, AB 杆铅直, 开始时静止. 稍受扰动后 AB 杆沿顺时针方向倒下, 如图 11. 则当 AB 杆水平, 在接触地面前瞬时, 杆 AC 的加速度为 _____. 地面对 AC 杆作用力合力的作用线位置距 A 点距离为 _____.

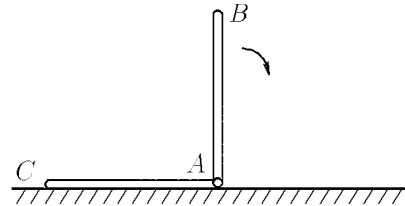


图 11

12. (10 分) 绕铅直轴以等角速度 ω 缓慢旋转的封闭圆舱中, 站在舱底盘的实验者感不到自己的运动, 但抛出的小球的运动却不从牛顿运动定律. 设实验者站立处 A 距底盘旋转中心 O 的距离为 r (图 12), 请你替他设计一个抛球的初速度 (大小 v_0 , 方向与 OA 的夹角 α), 使得球抛出后能返回来打到实验者身上. 试写出 v_0, α 应满足的条件, 画出小球相对轨迹示意图 (不考虑小球在铅垂方向的运动, 例如, 认为小球在光滑的舱底盘上运动).

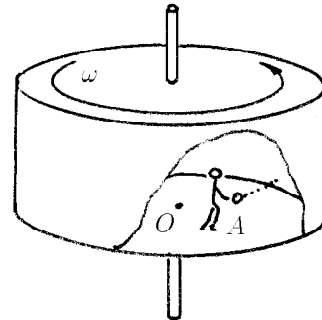


图 12

第五届全国周培源大学生力学竞赛材料力学试题

1. (10 分) 如图 1 所示, 一根足够长的钢筋, 放置在水平刚性平台上. 钢筋单位长度的重量为 q , 抗弯刚度为 EI . 钢筋的一端伸出桌面边缘 B 的长度为 a , 试在下列两种情况下计算钢筋自由端 A 的挠度 f_A .

(1) 载荷 $F = 0$; (2) 载荷 $F = qa$.

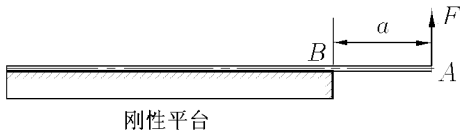


图 1

2. (10 分) 一变厚度薄壁圆管如图 2 所示, 在两端承受扭力偶矩 M 作用. 已知管长为 l , 平均半径为 R_0 , 最小壁厚为 δ_1 , 最大壁厚为 δ_2 , 壁厚 δ 随 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) 呈线性变化 (上下对称), 管材料的切变模量为 G . 试求方位角为 θ 处的扭转切应力 $\tau(\theta)$ 与圆管两端相对转角 φ .

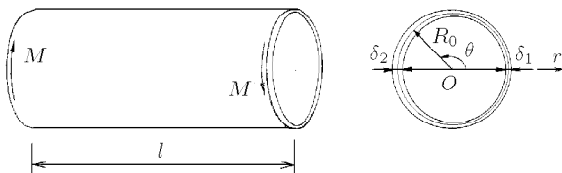


图 2

3. (15 分) 图 3 所示矩形截面等直杆, 常温时安装在支座上. 若杆底面与顶面温度分别升高 T_1 与 T_2 , 且 $T_2 < T_1$ 并沿截面高度线性变化, 试用能量法求横截面 B 的转角. 设横截面的高度与宽度分别为 h 与 b , 材料的线膨胀系数为 α .

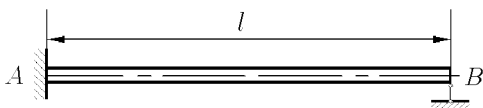


图 3

4. (15 分) 图 4 所示结构, 已知小曲率圆环的弯曲刚度

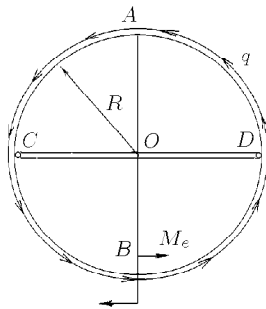


图 4

为 EI , 铰接于圆环内侧的直杆 CD 的拉压刚度为 EA , 承受均布切向载荷 q 和力偶矩 M_e 作用, 且 $M_e = 2\pi R^2 q$. 试确定杆 CD 的轴力与截面 A 的内力.

5. (15 分) 图 5 所示放置在弹性基础上的细长杆, 长为 l , 两端铰支, 承受轴向压力 P . 试建立临界载荷 P_{cr} 应满足的方程. 设基础反力的集度与梁挠度成正比并与挠度方向相反, 比例系数为 k , 杆的抗弯刚度为 EI .

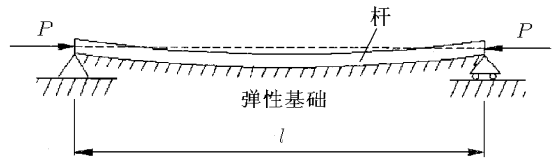


图 5

6. (15 分) 图 6 所示均质等截面直梁 AB , 由高 H 处水平自由坠落在刚性支座 D 上, 梁仍处于弹性变形阶段. 设梁长为 $2l$, 梁单位长重量为 q , 梁的抗弯刚度为 EI . 试求梁的最大弯矩.

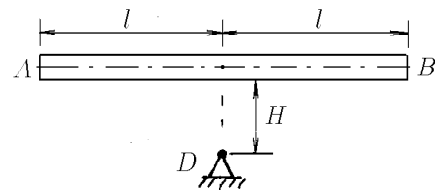


图 6

7. (20 分) 图 7 所示传感器, AB 和 CD 为铜片, 其厚度为 h , 宽度为 b , 长度为 l , 材料弹性模量为 E . 它们的自由端与刚性杆 BD 刚性联接.

(1) 试求截面 $F-F$ 的轴力与弯矩;

(2) 如采用电测法测量截面 $F-F$ 的轴力与弯矩, 试确定贴片与接线方案 (选择测量精度较高的方案), 并建立由测试应变计算相应内力的表达式.

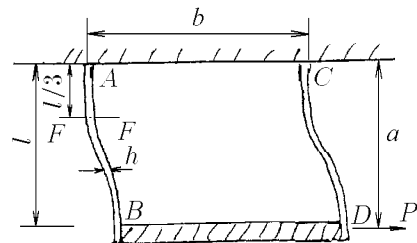


图 7